2025 年度　名古屋造形大学

【前期】一般選抜

『数学』　問題用紙

【 注 意 事 項 】

※ 解答はすべて解答用紙の解答欄に記入しなさい。途中の計算も省略せずに記すこと。

問１　以下の方程式を解け。x は実数とし、$|\ |$ は絶対値とする。

（１）$x^2 - |x - 1| - 1 = 0$

（２）$x^2 + 2\sqrt{x^2} = 3$

問２　２つの二次関数 $y = x^2 - 2kx + 4$ と $y = x^2 + 2x - k$ を考える。これら二次関数のグラフの一方のみが x 軸と交わる（接する場合を含むとする）のは k がどのような範囲にあるときか。

問３　立方体の６つの面のうち、１つの面に１が、２つの面に２が、３つの面に３が書かれている。
この立方体を３回転がして出た目の和が５になる確率を求めよ。
どの面が出る確率も同じとする。

問４　問題 A または B のどちらかを選択し、解答せよ。選択した方を解答欄「選択問題 (A・B)」の一方に丸をつけて明示すること。

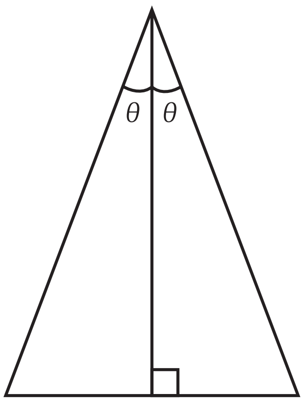
A . 不等式 $x^2 - 2kx + 2k < 0$ を満たす整数 x が３個存在するような整数 k を求めよ。

B . 自然数 n の関数 $f(n) = -n^3 + 303n$ が最大になる自然数 n を求めよ。

問５　問題 A または B のどちらかを選択し、解答せよ。選択した方を解答欄「選択問題 (A・B)」の一方に丸をつけて明示すること。

A . 以下の各問いに答えよ。

（1）　右の図は２等辺三角形であり、頂点から底辺に垂線を下ろしてある。
この図を使って $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ を証明せよ。
ただし $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。



（2）　$\cos 30^\circ$ が無理数であることを使って、
$\cos 15^\circ$ も無理数であることを示せ。
ここで無理数とは整数の比で表せない実数、
すなわち 0 でない整数 m、整数 n を用いて
$\frac{n}{m}$ の形で表せない実数のことである。

B . 関数 $f(x) = x^n$ を考える。ここで n は自然数とする。この関数に対して以下の問いに答えよ。

（1）　$\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$ を計算せよ。

（2）　k , m を整数とするとき、$\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{f(a+kh) - f(a+mh)}{h}$ を計算せよ。

2025年度　名古屋造形大学

【前期】一般選抜　『数学』答案

問 1

(10) (1)　$x^2 - |x - 1| - 1 = 0$

(i)　$x \geqq 1$ の場合、問題は $x^2 - x + 1 - 1 = x^2 - x = 0$ となる。

これを解くと $x = 0, 1$ であるが、条件から $x = 1$

(ii)　$x < 1$ の場合、問題は $x^2 + x - 1 - 1 = x^2 + x - 2 = 0$ となるので、これを解くと $x = -2, 1$ となるが、条件から $x = -2$

以上から、$x = 1$ または -2

(10) (2)　$x^2 + 2\sqrt{x^2} = 3$

$\sqrt{x^2} = |x|$ となることに注意すれば (1) と同じようにして解くことができる。

(i)　$x \geqq 0$ のとき、$x^2 + 2\sqrt{x^2} = 3$ は $x^2 + 2x = 3$ であるので、$x = 1, -3$

条件 $x \geqq 0$ より $x = 1$

(ii)　$x < 0$ のとき、$x^2 + 2\sqrt{x^2} = 3$ は $x^2 - 2x = 3$ となるので、$x = -1, 3$

条件 $x < 0$ より $x = -1$

以上より $x = 1, -1$

(20) 問 2

$y = x^2 - 2kx + 4$ と $y = x^2 + 2x - k$ のそれぞれの判別式は $k^2 - 4, 1 + k$ となる。

一方が 0 以上で、他方が負であれば良い。

$k^2 - 4 \geqq 0, 1 + k < 0$ を解くと、$k \leqq -2$ となり、

$k^2 - 4 < 0, 1 + k \geqq 0$ を解くと $2 > k \geqq -1$ となるので、$k \leqq -2$ または $2 > k \geqq -1$

(20) 問 3

出た目の和が 5 になるのは、$1 + 1 + 3 = 5$ または $1 + 2 + 2 = 5$ の二通りである。

1 が出る確率は $\frac{1}{6}$、2 が出る確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3 が出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ である。

よって 1, 1, 3 の順に目が出る確率は $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{72}$ である。

1, 1, 3 を並べる並べ方は 3 通りあるので、1, 1, 3 の組み合わせが出る確率は $\frac{1}{72} \times 3 = \frac{3}{72}$

同様に 1, 2, 2 の組み合わせの目が出る確率は $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{18}$

よって $\frac{3}{72} + \frac{1}{18} = \frac{7}{72}$

2025年度　名古屋造形大学

【前期】一般選抜　『数学』答案

(20) 問 4

【A】 $x^2-2kx+2k<0$ は $k-\sqrt{k^2-2k}<x<k+\sqrt{k^2-2}$ となる。

ここで k は整数なので、$2 \geqq \sqrt{k^2-2k}>1$ であることがこの不等式を満たす整数 x が 3 個存在するような整数 k の条件である。

$2 \geqq \sqrt{k^2-2k}>1$ を解くと $k=-1$ または 3

【B】 $f(x)=-x^3+303x$ を考える。$f'(x)=-3x^2+303=-3(x^2-101)$ となるので、$x<\sqrt{101}$ では

$f'(x)>0,\quad x>\sqrt{101}$ では $f'(x)<0$

よって $x \geqq 1$ の範囲での最大値は$\sqrt{101}$ でとる。

ここで、$10<\sqrt{101}<11$ なので、最大値を取るのは $x=10$ または $x=11$ の時である。

$f(10)=2030$ であり $f(11)=2002$

すなわち $f(10)>f(11)$ であるので、最大値を取る自然数は $n=10$ である。

(1)(2) 各 10 問 5

【A】(1) 二等辺三角形に等しい辺の長さを 1 とする(任意の値で良い)。すると底辺の長さは 2sinθとなる。

この底辺に余弦定理を用いて $(2\sin\theta)^2=1+1-2\cos 2\theta$

これは $4\sin^2\theta=2-2\cos 2\theta$ となり、これを整理すると $2(1-\cos^2\theta)=1-\cos 2\theta$

よって $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$

(2) $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$ より $\cos 30^\circ=2\cos^2 15^\circ-1$ となる。

もし $\cos 15^\circ$ が無理数でないなら、$\cos 15^\circ=\dfrac{n}{m}$ となるので、$\cos 30^\circ=\dfrac{2n^2-m^2}{m^2}$ となるが、この分子分母はともに整数なので $\cos 30^\circ$ も有理数ということになってしまい $\cos 30^\circ$ が無理数であるという仮定に反する。よって $\cos 15^\circ$ は無理数である。

【B】(1) $f(x)=x^n$ より二項定理を用いて

$f(a+2h)=(a+2h)^n=a^n+na^{n-1}\times 2h+h^2\times$ (x, h の多項式) という形になるので、

$\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{h}=na^{n-1}\times 2+h\times$ (x, h の多項式) と書ける。

$\lim_{h\to 0}\{h\times$ (x, h の多項式)$\}=0$ となるので、$\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{h}=2na^{n-1}$ となる。

(2) (1)と同様に、$f(a+kh)=(a+kh)^n=a^n+na^{n-1}\times kh+h^2\times$ (x, h の多項式)

$f(a+mh)=(a+mh)^n=a^n+na^{n-1}\times mh+h^2\times$ (x, h の多項式) となるので、

k, m を整数とするとき、$\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+kh)-f(a+mh)}{h}=n(k-m)a^{n-1}$ となる。

【注意】

(1) で $\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{2h}\times 2=\lim_{k\to 0}\dfrac{f(a+k)-f(a)}{k}\times 2=2f'(a)=2na^{n-1}$ として計算することもできる ($2h=k$ と置いた)。(2) も同様の方法で計算できる。こちらの方法で解答しても可。